b- $\otimes$ ABC est équilatéral et I est le milieu de [AC]

$\Rightarrow$ (BI) est la médiatrice de [AC]

(BI) $\perp$ (AI) $\Rightarrow$ I $\in \zeta$ le cercle de diametre [AB].

$\oplus$ I est déjà un point commun à ζ et ζ' le cercle de diamètre [ID]

$\Rightarrow$ ζ et ζ' sont soit tangents en I soit se coupent en un deuxième point

Comme K (centre de ζ) n'appartient pas (DI) alors les centres de ζ et de ζ' et leur point d'intersection I ne sont pas alignés ce qui prouve que ζ et ζ' ne sont pas tangents.

Conclusion : ζ et ζ' se coupent en I et un autre point noté Ω.

c- Désignons par Ω_1 le centre de g.

$* \; g(A) = B \Rightarrow \left(\overrightarrow{\Omega_1 A}; \overrightarrow{\Omega_1 B}\right) \equiv \frac{\pi}{2} \; [2\pi] \Rightarrow \Omega_1 \in \zeta$

$* \; g(I) = D \Rightarrow \left(\overrightarrow{\Omega_1 I}; \overrightarrow{\Omega_1 D}\right) \equiv \frac{\pi}{2} \; [2\pi] \Rightarrow \Omega_1 \in \zeta'$

D'où $\Omega_1 \in \zeta \cap \zeta' = \{I; \Omega\}$

Comme $g(I) = D \neq I$ alors $\Omega_1 \neq I$

par suite $\Omega_1 = \Omega$.

3/ f est un antidéplacement et g une similitude directe de rapport $2\sqrt{3}$

$\Rightarrow \sigma = f \circ g$ est une similitude indirecte de rapport $2\sqrt{3}$.

• $\sigma(A) = f \circ g(A) = f(B) = A \Rightarrow$ A est le centre de σ.

• Désignons par Δ l'axe de $\sigma \Rightarrow \sigma = h \circ S_\Delta$ avec h l'homothétie de centre A et de rapport $2\sqrt{3}$

$\Rightarrow S_\Delta = h^{-1} \circ \sigma$.

$* \; S_\Delta(I) = h^{-1} \circ f \circ g(I) = h^{-1} \circ f(D) = h^{-1}(D')$

Posons $D'' = h^{-1}(D')$ .Ainsi $S_\Delta(I) = D''$

$\Leftrightarrow \Delta$ est la médiatrice de [ID''].

Comme de plus A appartient à Δ

$\Rightarrow \Delta$ est la bissectrice intérieur de [AI, AD''].

D'autre par $D'' = h^{-1}(D')$ alors $D'' \in [AD')$

(car le rapport de h^{-1} est $\frac{1}{2\sqrt{3}}$)

On conclut que Δ est la bissectrice intérieur de [AI, AD'].

EXERCICE 2

1/ Il ne reste que deux couleurs dans l'urne si et seulement si on tire une boule blanche ou une boule rouge.

D'où $p_1 = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$.